

**№ 20 Тақырыбы:** *Логарифмдік теңдеулер және олардың жүйелері*  
 Атыханов Талғат Атыханұлы  
 (асты сызылған курсив сөздердің орнында оқушы дәптерінде бос орын қалдырылады)

<p>Оң жақ бағандағы тапсырмаларды құрастырушы мұғалімдердің есіне:</p>	<p><b>I кезең.</b> Мұғалім алғашқы 7-10 минутта: а) ұйымдастыру сәтін өткізеді; б) өткен тақырып бойынша берілген деңгейлік тапсырмаларды үйде аяқтап орындап келу дәрежесі тексеріледі; в) төмендегі «Көпір» тапсырмаларын тексереді (алдымен жеке тексеріп шығады, сосын фронталды тексереді).</p>
<p><b>«Көпір» (жеке жұмыс)</b> тапсырмалары өткен тақырыптар бойынша жаңа сабақты меңгеруге негіз болатын қайталау тапсырмалары</p>	<p>Сұрақтаға жауап бер.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Көрсеткіштік теңдеу дегеніміз не? <u>Айнымалы дәрежедегі теңдеуі.</u></li> <li>2. Көрсеткіштік теңдеуді қандай тәсілмен шығарамыз? а) <u>Бірдей негізге келтіру.</u> б) <u>Жаңа айнымалыға енгізу.</u></li> <li>3. Логарифм дегеніміз не? <u><math>a^x = b \quad x = \log_a b</math></u></li> <li>4. Ондық логарифм дегеніміз не? <u><math>\log_{10} x = \lg x</math> ондық логарифм, негізі он болатын логарифм.</u></li> <li>5. Натурал логарифм дегеніміз не? <u><math>\log_e x = \ln x</math> натурал логарифм, негізі e саны болатын логарифм.</u></li> <li>6. e неге тең? <u><math>e \approx 2,7</math> иррационал саны шектеусіз периодсыз.</u></li> <li>7. Логарифмнің негізгі қасиеттерін ата             <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>бір санының логарифмі нөлге тең, яғни <math>\log_a 1 = 0</math>;</u></li> <li>• <u>негізі a болатын a санының логарифмі бірге тең, яғни <math>\log_a a = 1</math>;</u></li> <li>• <u>көбейтіндінің логарифмі көбейткіштердің логарифмдерінің қосындысына тең, яғни <math>\log_a (N_1 \cdot N_2) = \log_a N_1 + \log_a N_2</math>;</u></li> <li>• <u>бөлшектің логарифмі алымының логарифмі мен бөлімінің логарифмінің айырымына тең, яғни <math>\log_a \frac{N_1}{N_2} = \log_a N_1 - \log_a N_2</math>;</u></li> <li>• <u>дәреженің логарифмі дәреженің көрсеткішін негіздің логарифміне көбейткенге тең, яғни <math>\log_a N^p = p \log_a N</math></u></li> <li>• <u>Егер <math>N &gt; 0</math> болса, онда <math>\log_{a^q} N^p = \frac{p}{q} \log_a N</math> теңдігі орындалады</u></li> <li>• <u>түбірдің логарифмі түбір астындағы өрнектің логарифмін түбір көрсеткішіне бөлгенге тең, яғни <math>\log_a \sqrt[m]{N} = \frac{\log_a N}{m}, N &gt; 0</math>;</u></li> <li>• <u>жаңа негізге көшу: <math>\log_a N = \frac{\log_c N}{\log_c a}</math>.</u></li> </ul> </li> </ol>
<p><b>II кезең</b> (топтық жұмыс) жаңа сабақты топтық жұмыс барысында оқушылардың өз бетімен меңгеруіне жағдай жасау: а) оқушылар төмендегі «Білу», «Түсіну», «Талдау», «Жинақтау» тәсілдеріне сәйкес тапсырмаларын өздері толтырады (<b>20 минут</b>); ә) жауаптарын мұғаліммен бірге талдайды (<b>25 минут</b>). Нәтижесі ауызша марапатталады.</p>	
<p><b>1-қадам</b> (топтық жұмыс) - теория бойынша «Білу» критерийінің индикаторлары: (тақырып мазмұны бойынша кім? не? қандай? қалай? нені? қашан? не істеді сияқты сұрақтарға жауап беретін толық ақпарат іріктеліну керек)</p>	<p><b>Анықтама:</b> <math>\log_a f(x) = \log_a g(x)</math>, (<math>a &gt; 0, a \neq 1, f(x) &gt; 0, g(x) &gt; 0</math>) (1) түрінде берілген немесе осы түрге келетін теңдеуді логарифмдік теңдеу деп атайды. Мысалы <math>\ln x^2 + \ln x + 3 = 0</math> теңдеуі логарифмдік теңдеуі болады.</p>
<p><b>2-қадам</b> (топтық жұмыс) - теория бойынша «Түсіну» критерийінің индикаторлары: (неге? неліктен? себебі? не үшін? сұрақтары оқушының жоғарыда берген жауаптарына оларды тереңдету үшін қойылады)</p>	<p><b>Логарифмдік теңдеуді шешу үшін:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Теңдеудің екі жақ бөлігін бірдей негізге келтіру;</u></li> <li>• <u>Жаңа айнымалы енгізу;</u></li> <li>• <u>Потенциалдау қолданылады;</u></li> </ul>

<p><b>3-қадам-(топтық жұмыс) теория бойынша «Талдау» критерийінің индикаторлары:</b>  <b>1.Салыстыр,</b>  <b>2. Айырмашылығы неде?</b>  <b>3. Ұқсастығы неде?</b>  <b>4.Тақырыптың басты идеясын жаз</b> деген тапсырмалар болу керек. Немесе 1-3 тапсырмаларды Венн диаграммасы арқылы қамтуға болады.</p>	<p><i>Логарифмдік теңдеулерді шешкенде, логарифмдік функцияның анықталу облысы оң сандар екенін ескеріп, x айнымалысының мүмкін мәндер жиынын анықтап алуға болады. Содан кейін теңдеуді шешіп, түбірлердің анықталған жиынға тиістілігін тексерсек жеткілікті.</i></p> $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0, \\ f(x) = g(x); \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0, \\ f(x) = g(x). \end{cases}$ <p><math>\log_a f(x) = \log_a g(x)</math> теңдеуінен <math>f(x) = g(x)</math> теңдігіне ауысуды <i>потенциалдау</i> деп атайды.</p>
<p><b>4-қадам-(топтық жұмыс) теория бойынша «Жинақтау» критерийінің индикаторлары:</b>  Қорытынды шығар, анықтама бер, мазмұнды жүйеле, кестені, тірек сызбаны немесе сөзжұмбақты толтыр, немесе өзің құрастыр тағы с.с. басқа түрдегі тапсырмалар оқушының жоғарыдағы «тақырыптың басты идеясына» жазған жауабына қойылады</p>	<p><b>Анықтама:</b> Құрамында логарифмдік теңдеулері бар теңдеулер жүйесін логарифмдік теңдеулер жүйесі деп атаймыз.  Логарифмдік теңдеулер жүйесін шешу үшін логарифмдік теңдеулерді және алгебралық теңдеулер жүйесін шешу тәсілдері қолданылады.</p>
<p>Оқулықпен жұмыс (5 минут): төмендегі «Қолдану» және оқушының тақырып мазмұнына «Баға беруі» тәсілдеріне сәйкес, яғни рефлексия жасауға, эссе жазуға арналған, практика жүзінде бекіту тапсырмалары орындалады. Нәтижесі ауызша марапатталады.</p>	
<p><b>5-қадам - (топтық жұмыс) практикада бекіту. Практика жүзінде «Қолдану» критерийіне сәйкес оқулықпен жұмыс жүргізу барысында тек қарапайым тапсырмалармен бекіту жүргізіледі. Дайын формулалар арқылы есептер шығару орындалады</b></p>	<p><b>1-Мысал.</b> <math>\log_4(2x + 8) + \log_2(2x + 3) = \log_2(2 - 4x)</math> теңдеуінің түбірлерін табындар.  Шешуі: <math>x</math> айнымалысының мүмкін мәндер жиынын анықтайық:  <math display="block">\begin{cases} 2x + 8 &gt; 0, \\ 2x + 3 &gt; 0, \\ 2 - 4x &gt; 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x &gt; -4, \\ x &gt; -1,5, \\ x &lt; 0,5. \end{cases}</math> Теңсіздіктер жүйесінің әрбір теңсіздігінің мәндер жиынын Координаталық түзуге түсірейік. Сонда <math>x</math> айнымалысының мәні <math>-1,5 &lt; x &lt; 0,5</math> теңсіздігін қанағаттандыру керек.  Логарифмдік теңдеуді (1) теңдеудің түріне келтірейік. Ол үшін теңдеудің сол жақ бөлігін тепе-тең түрлендіреміз:  <math display="block">\log_2(2x + 8) \cdot (2x + 3) = \log_2(2 - 4x)</math> Потенциалдау арқылы келесі мәндел теңдеуді аламыз.  <math>(2x+8) \cdot (2x+3) = 2-4x, x^2+13x+11=0</math>, түбірлері <math>x_1 = -5,5</math> және <math>x_2 = -1</math>.  1. <math>x = -5,5</math> бөгде түбір, себебі <math>x</math> айнымалысының мүмкін мәндер жиынына тиісті емес.  Берілген теңдеудің түбірі <math>x = -1</math></p> <p><b>2-Мысал.</b> <math>\begin{cases} x - y = 8 \\ \log_3 x + \log_3 y = 2 \end{cases}</math> жүйесін шешейік.  Шешуі: <math>x</math> және <math>y</math> айнымалыларының мүмкін болатын мәндер жиыны оң сандар. Логарифмнің қасиеттерін қолданып, берілген жүйені түрлендіреміз. Сонда  <math display="block">\begin{cases} x - y = 8 \\ \log_3 xy = \log_3 9 \end{cases}</math> теңдеулер жүйесін аламыз, ал шыққан теңдеулер жүйесі келесі жүйемен мәндел <math>\begin{cases} x - y = 8 \\ xy = 9 \end{cases}</math> соңғы теңдеулер жүйесін орын ауыстыру тәсілі арқылы <math>y^2 + 8y - 9 = 0</math> квадрат теңдеуін аламыз, Виет теоремасын пайдаланып теңдеу түбірлері <math>y_1 = 1, y_2 = -9</math>, онда сәйкесінше <math>x_1 = 9, x_2 = -1</math>. <math>x</math> және <math>y</math> айнымалыларының мүмкін болатын мәндер жиыны оң сандар болғандықтан теңдеулер жүйесінің жауабы: (9; 1)</p>
<p><b>6-қадам (топтық жұмыс): «Баға беру» (Сен қалай ойлайсың? Не істер едің?</b> деген тапсырмалар оқушыға жоғарыда алған білімін (теория бойынша) және біліктілігін (практикасы бойынша) өмірдегі жағдаяттарды шешуге бағытталып қойылады</p>	<p>Логарифмдік теңдеулерді шешу алгоритмі:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• логарифмдік функцияның анықталу облысы оң сандар екенін ескеріп, <math>x</math> айнымалысының мүмкін мәндер жиынын анықтау.</li> <li>• Теңдеудің екі жақ бөлігін, логарифм қасиеттерін пайдалана отырып бірдей негізге келтіру.</li> <li>• Теңдеуді потенциалдаймыз.</li> <li>• Шыққан алгебралық теңдеу түбірлерін табамыз.</li> <li>• <math>x</math> айнымалысының мүмкін мәндер жиынын ескеріп, теңдеу түбірлерін табамыз.</li> </ul>



<b>қамтуға болады.</b>	
<b>3-қадам (жеке жұмыс):</b> Практика жүзінде <b>«ҚОЛДАНУ»</b> критерийіне сәйкес (II кезеңдегіге 5-қадам қарапайым тапсырмалар үлгісіндегі тапсырмалардың өзгертілген жағдайдағы нұсқасы орындалады)	<p>№ 98. <math display="block">\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0, \\ x^2 - 2y^2 - 8 = 0. \end{cases}</math></p> <p>№ 99. <math display="block">3\log_x \frac{1}{14} + \log_{14} \frac{1}{x} = 4</math></p>

**2-аралық нәтиже:**

Бірінші деңгейде қалыптасқан күзіреттілік (білім, біліктілік) деңгейінің сапалық өлшемі (**бірінші аралық өлшемі**): – «дұрыс», «толық» деген **білім сапасының түрлерімен** сипатталады (Ю.К.Бабанский). Оқушының бұл алғашқы қадам нәтижесінің **сандық өлшемі** – бес балл = «сынақтан өтті» = «қанағаттандырарлық» білім деңгейінің өлшемі = «3» журналға қойылады, егер келесі деңгей тапсырмаларын меңгере алмаса.

	<b>III деңгей (9 балл + 3 балл = 12 балл)</b>			
<b>1-қадам (жеке жұмыс) - теория бойынша «Жинақтау» критерийінің қорытынды шығаруға бағытталған индикаторлары:</b> Қорытынды шығар, анықтама бер, мазмұнды жүйеле, кестені, тірек сызбаны, сөзжұмбақты толтыр немесе өзін құрастыр тағы с.с. басқа түрдегі тапсырмалар оқушының жоғарыдағы «тақырыптың басты идеясына» жазған жауабына қойылады.  II-кезең, 4-қадамда «жинақтауға» берілген тапсырма басқа формада беріліп, баланың білім деңгейі бағаланады.	Жауаптар арасынан теңдеу түбірлерін табыңдар және бұл теңдеулер қандай теңдеулер деп аталады.			
	1	$\log_2(3x - 1) - \log_2(4 - x) = 4 - \log_2(x - 1)$		
2	$\log_6 x = 1 - \log_6(x - 1)$			
3	$\log_5(x + 1) + \log_5(x - 1) = 3 \log_5 2$			
Жауаптары				
A	B	C	D	
1;4	3;-2	3;-7	3	
<b>2-қадам (жеке жұмыс):</b> <b>«Баға беру» (Сен қалай ойлайсың? Не істер едің?</b> деген тапсырмалар оқушыға жоғарыда алған білімін (теория бойынша) және біліктілігін (практикасы бойынша) өмірдегі жағдаяттарды шешуге қолдана алу дәрежесі бағаланады.	<p>№ 100. <math display="block">\log_2 \left( x \log_{2^6} x^3 \cdot \log_x \sqrt[4]{\sqrt{2}} \right) = 14</math></p>			
	<b>3-нәтиже:</b>			
үшінші деңгейдің нәтижесі (түбегейлі көзделген нәтиже): алғашқы екі деңгейде жинаған 9 баллға + 3 балл = 12 балл = «5» журналға қойылады. Оқушының білім сапасы білім стандарты көлемінде «дұрыс», «толық», «әрекеттілік» пен «тереңділік»-ке «жүйелілік» пен «саналылық» қосылып, барлығының жиынтығы «берік» білім болып саналады (Ю.К. Бабанский).				