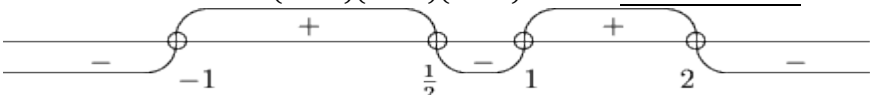


**№ 17 Тақырыбы: Көрсеткіштік теңсіздіктерді шешу**  
**Атыханов Талғат Атыханұлы**  
(асты сызылған курсив сөздердің орнында оқушы дәптерінде бос орын қалдырылады)

<p><b>Оң жақ бағандағы тапсырмаларды құрастырушы мұғалімдердің есіне:</b></p>	<p><b>I кезең.</b> Мұғалім алғашқы 7-10 минутта: а) ұйымдастыру сәтін өткізеді; б) өткен тақырып бойынша берілген деңгейлік тапсырмаларды үйде аяқтап орындап келу дәрежесі тексеріледі; в) төмендегі «Көпір» тапсырмаларын тексереді (алдымен жеке тексеріп шығады, сосын фронталды тексереді).</p>
<p><b>«Көпір» (жеке жұмыс)</b> тапсырмалары өткен тақырыптар бойынша жаңа сабақты меңгеруге негіз болатын қайталау тапсырмалары</p>	<p>Сұраққа жауап бер.  1. Теңсіздіке анықтама бер.  <i>Өрнектің сол және оң жағы теңсіздік белгісімен байланысса онда бұндай өрнекті теңсіздік деп атаймыз.</i>  2. Теңсіздіктің шешімі дегеніміз не?  <i>Теңсіздіктегі айнымалылардың орнына қойғанда теңсіздікті ақиқат теңсіздікке айналдыратындай айнымалының әрбір мәні теңсіздіктің шешімі деп аталады.</i>  3. Теңсіздікті шешу дегеніміз не?  <i>Теңсіздікті шешу дегеніміз осы теңсіздікті ақиқат пікірге айналдыратын барлық айнымалылардың мәндерін табу немесе олардың жоқ болатындығын көрсету. Теңсіздіктерді шешкенде әдетте берілген теңсіздікті оған мәндес қарапайым теңсіздікпен ауыстырады.</i>  4. Мәндес теңсіздіктерге анықтама бер.  <i>Шешімдері беттесетін (бірдей болатын) теңсіздіктер мәндес теңсіздіктер деп аталады, дербес жағдайда шешімдері жоқ болатын екі теңсіздік мәндес.</i></p>
<p><b>II кезең</b> (топтық жұмыс) жаңа сабақты топтық жұмыс барысында оқушылардың өз бетімен меңгеруіне жағдай жасау: <b>а)</b> оқушылар төмендегі «Білу», «Түсіну», «Талдау», «Жинақтау» тәсілдеріне сәйкес тапсырмаларын өздері толтырады (<b>20 минут</b>); <b>ә)</b> жауаптарын мұғаліммен бірге талдайды (<b>25 минут</b>). Нәтижесі ауызша марапатталады.</p>	
<p><b>1-қадам</b> (топтық жұмыс) - <b>теория бойынша «Білу» критерийінің индикаторлары:</b> (тақырып мазмұны бойынша кім? не? қандай? қалай? нені? қашан? не істеді сияқты сұрақтарға жауап беретін толық ақпарат іріктеліну керек)</p>	<p><math>a^x &gt; b</math> (<math>a^x \geq b</math>) және <math>a^x &lt; b</math> (<math>a^x \leq b</math>), <math>a &gt; 0, a \neq 1</math> түрінде берілген немесе осы түрге келетін теңсіздік қарапайым көрсеткіштік теңсіздік деп аталады.  <b>Анықтама:</b> <math>a^{f(x)} &gt; a^{g(x)}</math>, <math>a &gt; 0, a \neq 1</math> түрінде берілген немесе осы түрге келетін теңсіздік көрсеткіштік теңсіздік деп аталады.</p>
<p><b>2-қадам</b> (топтық жұмыс) - <b>теория бойынша «Түсіну» критерийінің индикаторлары:</b> (неге? неліктен? себебі? не үшін? сұрақтары оқушының жоғарыда берген жауаптарына оларды тереңдету үшін қойылады)</p>	<p><b>Теңсіздіктерді шешуде көрсеткіштік функциялардың монотондық қасиетін қолданады</b>  Егер <math>a &gt; 1</math> болса, онда <math>a^{f(x)} &gt; a^{g(x)}</math> теңсіздігі <math>f(x) &gt; g(x)</math> теңсіздігімен; егер <math>0 &lt; a &lt; 1</math> болса, онда <math>a^{f(x)} &gt; a^{g(x)}</math> теңсіздігі <math>f(x) &lt; g(x)</math> теңсіздігімен мәндес болады.  Көрсеткіштік теңсіздіктерді шешу үшін көрсеткіштік теңдеулерді шешу әдістері қолданылады.</p>
<p><b>3-қадам</b>-(топтық жұмыс) <b>теория бойынша «Талдау» критерийінің индикаторлары:</b>  1. Салыстыр,  2. Айырмашылығы неде?  3. Ұқсастығы неде?  4. Тақырыптың басты идеясын жаз деген тапсырмалар болу керек.  Немесе 1-3 тапсырмаларды <b>Вени диаграммасы арқылы қамтуға болады.</b></p>	<p><b>Көрсеткіштік теңсіздіктерді шешу үшін көрсеткіштік функцияның өсу және кему аралықтарын ескереміз.</b>  <b>Көрсеткіштік теңсіздіктерді шешу жолдары:</b> <math>a &gt; 0, a \neq 1</math>  <math>a^x &gt; b</math>,  <math>b = a^y \Leftrightarrow a^x &lt; a^y \Leftrightarrow a &gt; 1</math> болса, онда <math>x &gt; y</math>, <math>0 &lt; a &lt; 1</math> болса, онда <math>x &lt; y</math>  <math>a^x &lt; b</math>,  <math>b = a^y \Leftrightarrow a^x &lt; a^y \Leftrightarrow a &gt; 1</math> болса, онда <math>x &lt; y</math>, <math>0 &lt; a &lt; 1</math> болса, онда <math>x &gt; y</math>  <math>a^{x+m} - a^{x+n} + a^x \leq b</math>, <b>ортақ көбейткішті жаша сыртына шығарамыз.</b>  <math>a^x + a^{-x} + b &gt; 0</math>, <math>a^x = t</math> <b>белгілеуін</b> енгіземіз.</p>

<p><b>4-қадам-(топтық жұмыс) теория бойынша «Жинақтау» критерийінің индикаторлары:</b> Қорытынды шығар, анықтама бер, мазмұнды жүйеле, кестені, тірек сызбаны немесе сөзжұмбақты толтыр, немесе өзін құрастыр тағы с.с. басқа түрдегі тапсырмалар оқушының жоғарыдағы «тақырыптың басты идеясына» жазған жауабына қойылады</p>	<p>1. Егер <math>a &gt; 1</math> болса, онда <math>a^{f(x)} &gt; a^{g(x)}</math> <u>теңсіздігі</u> <math>f(x) &gt; g(x)</math> <u>теңсіздігімен</u> мәнделес болады. <math>a^{f(x)} &gt; a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) &gt; g(x)</math></p> <p>2. Егер <math>0 &lt; a &lt; 1</math> болса, онда <math>a^{f(x)} &gt; a^{g(x)}</math> теңсіздігі <math>f(x) &lt; g(x)</math> теңсіздігімен мәнделес болады. <math>a^{f(x)} &gt; a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) &lt; g(x)</math></p> <p>3. <math>[h(x)]^{f(x)} &gt; [h(x)]^{g(x)}</math> (1) теңсіздігі мына теңсіздіктер жүйесіне мәнделес болады:</p> $\begin{cases} h(x) > 1 \\ f(x) > g(x) \\ 0 < h(x) < 1 \\ f(x) < g(x) \end{cases} \quad (1)$ <p>Ескерту: Егер (1) теңсіздік қатаң емес болса, онда қосымша мына жағдай қарастырылады:</p> $\begin{cases} h(x) = 1 \\ x \in D(f) \cap D(g), \end{cases}$ <p>Мұндағы <math>D(f), D(g)</math> <math>f(x), g(x)</math> функцияларының анықталу облысы.</p> <p>4. Егер <math>a^{f(x)} &lt; b</math> теңсіздігінің <math>b \geq 0</math> болса, онда теңсіздіктің шешімі жоқ (көрсеткіштік функцияның қасиеттері бойынша)</p> <p>5. Егер <math>a^{f(x)} &gt; b</math> теңсіздігінің <math>b \leq 0</math> болса, онда теңсіздіктің шексіз көп шешімі болады. (көрсеткіштік функцияның қасиеттері бойынша). Мұндағы <math>x \in D(f)</math>.</p>
<p>Оқулықпен жұмыс (5 минут): төмендегі «Қолдану» және оқушының тақырып мазмұнына «Баға беруі» тәсілдеріне сәйкес, яғни рефлексия жасауға, эссе жазуға арналған, практика жүзінде бекіту тапсырмалары орындалады. Нәтижесі ауызша марапатталады.</p>	
<p><b>5-қадам - (топтық жұмыс) практикада бекіту.</b> Практика жүзінде «Қолдану» критерийіне сәйкес оқулықпен жұмыс жүргізу барысында тек қарапайым тапсырмалармен бекіту жүргізіледі. Дайын формулалар арқылы есептер шығару орындалады</p>	<p>1) <math>0,04^{5x-x^2-8} &lt; 625 \Rightarrow (25^{-1})^{5x-x^2-8} &lt; 25^2 \Rightarrow 25^{x^2-5x+8} &lt; 25^2</math> <math>x^2 - 5x + 8 &lt; 2 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 &lt; 0 \Rightarrow (x-2)(x-3) &lt; 0 \Rightarrow 2 &lt; x &lt; 3</math></p> <p>2) <math>2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} &gt; 5^{x+1} - 5^{x+2} \Rightarrow 2^x(4 - 8 - 16) &gt; 5^x(5 - 25)</math> <math>-20 \cdot 2^x &gt; -20 \cdot 5^x \Rightarrow 2^x &lt; 5^x \Rightarrow \frac{2^x}{5^x} &lt; 1 \Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^x &lt; \left(\frac{2}{5}\right)^0 \Rightarrow x &gt; 0.</math></p> <p>3) <math>x^2 \cdot 5^x - 5^{2+x} \leq 0 \Rightarrow 5^x(x^2 - 25) \leq 0 \Rightarrow x^2 - 25 \leq 0 \Rightarrow -5 \leq x \leq 5</math></p> <p>4) <math>2^{\frac{x}{x^2-1}} &gt; 2^{\frac{1}{x-2}}</math> <math>2 &gt; 1; \frac{x}{x^2-1} &gt; \frac{1}{x-2} \Leftrightarrow \frac{x}{x^2-1} - \frac{1}{x-2} &gt; 0 \Leftrightarrow \frac{x(x-2) - (x^2-1)}{(x^2-1)(x-2)} &gt; 0 \Leftrightarrow</math> <math>\Leftrightarrow \frac{1-2x}{(x+1)(x-1)(x-2)} &gt; 0 \Leftrightarrow \left(-1; \frac{1}{2}\right) \cup (1; 2)</math></p> 
<p><b>6-қадам (топтық жұмыс): «Баға беру» (Сен қалай ойлайсың? Не істер едің?</b> деген тапсырмалар оқушыға жоғарыда алған білімін (теория бойынша) және біліктілігін (практикасы бойынша) өмірдегі жағдаяттарды шешуге бағытталып қойылады</p>	<p><b>Көрсеткіштік теңсіздіктерді шешу тәсілдері:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Бір негізге келтіру</u> тәсілі</li> <li>• <u>Жаңа айнымалы еңгізу</u></li> <li>• <u>Ортақ көбейткішті жақша сыртына шығару</u></li> <li>• <u>Теңдеудің екі жақ бөлігін көрсеткіштік функцияға бөлу</u></li> </ul>
<p><b>III кезең (кері байланыс – бағалау кезеңі): Жеке жұмыс.</b> Жоғарыда меңгерген мазмұнды үш деңгейге іріктеп (әр деңгейдің білімділік, біліктілік, яғни құзыреттілік деңгейін анықтайтын тапсырмалар) оларды біртіндеп орындату арқылы балл жинау барысында оқушының құзіреттілік деңгейін анықтап, әділ бағалау жүзеге асырылады. Бұл тапсырмаларды оқушылар сабақтың соңына дейін қалған 25 минуттың 22 минутында орындайды + 3 минут қортынды жасалады. <b>Қалған тапсырмаларды үйде аяқтап келеді.</b> Қортынды балл саны дәстүрлі бағаға айналдырылып, келесі сабақтың басында сынып журналына қойылады, мониторингке тіркеледі.</p>	
<p><b>I деңгей (5 балл)</b></p>	
<p><b>1-қадам – (жеке жұмыс) теория бойынша «Білу» критерийінің индикаторларына сәйкес</b> (тақырып мазмұны бойынша кім? не? қандай? қалай? нені? қашан? не істеді сияқты сұрақтарға жауап беретін толық ақпараттар іріктелініп II кезеңдегіге қарағанда керісінше қойылады)</p>	<p><math>a^x &gt; b</math> (<math>a^x \geq b</math>) және <math>a^x &lt; b</math> (<math>a^x \leq b</math>), <math>a &gt; 0, a \neq 1</math> түрінде берілген немесе осы түрге келетін <u>теңсіздік</u> қарапайым <u>көрсеткіштік теңсіздік</u> деп аталады. <b>Анықтама:</b> <math>a^{f(x)} &gt; a^{g(x)}</math>, <math>a &gt; 0, a \neq 1</math> түрінде берілген немесе осы түрге келетін <u>теңсіздік</u> <u>көрсеткіштік теңсіздік</u> деп аталады.</p>

<p><b>Практикасы:</b> <b>«ҚОЛДАНУ»</b> (II кезеңдегіге қарапайым тапсырмалар үлгісіндегі тапсырмалар орындалады)</p>	<p>№71 а) <math>2^x &lt; 32</math> б) <math>3 \cdot 7^{x+1} + 5 \cdot 7^{x-1} &gt; 152</math> в) <math>3^{1+2x} + 3^{2x+3} \geq 10</math>  №72 <math>5\sqrt{x} + 5 &lt; 5\sqrt{x+1} + 5\sqrt{x}</math></p>
<p><b>1-аралық нәтиже:</b></p> <p>Бірінші деңгейде қалыптасқан күзiреттiлiк (бiлiм, бiлiктiлiк) деңгейiнiң сапалық өлшемі (бiрiншi аралық өлшемі): – «дұрыс», «толық» деген бiлiм сапасының түрлерiмен сипатталады (Ю.К.Бабанский). Оқушының бұл алғашқы қадам нәтижесiнiң сандық өлшемі – бес балл = «сынақтан өттi» = «қанағаттандырырлық» бiлiм деңгейiнiң өлшемі = «3» журналға қойылады, егер келесi деңгей тапсырмаларын меңгере алмаса.</p>	
<p><b>II деңгей (5 балл + 4 балл = 9 балл)</b></p>	
<p><b>1-қадам (жеке жұмыс) - теория бойынша</b> <b>«Түсiну» критерийiнiң индикаторларына (неге? нелiктен? себебi? не үшiн?) сәйкес</b> сұрақтар оқушының жоғарыда берген жауаптарына оларды тереңдету үшiн қойылады.</p>	<p><math>a^{f(x)} \geq a^{g(x)}</math> теңсiздiгi <b>көрсеткiштiк теңсiздiк</b> деп аталады.  Бұл <b>теңсiздiк</b> мына <b>теңсiздiктерге эквиваленттi</b>:</p> <p>1). <math>a &gt; 1</math> болса онда <math>f(x) \geq g(x)</math>  2). <math>0 &lt; a &lt; 1</math> болса онда <math>f(x) \leq g(x)</math></p>
<p><b>2-қадам (жеке жұмыс) - теория бойынша</b> <b>«Талдау» критерийiнiң индикаторларына сәйкес (1.Салыстыр, 2. Айырмашылығы неде? 3. Ұқсастығы неде? 4.Тақырыптың басты идеясын жаз)</b> деген тапсырмалар болу керек. Немесе 1-3 тапсырмаларды <b>Венн диаграммасы арқылы қамтуға болады.</b></p>	<p><b>Көрсеткiштiк теңсiздiктердi</b> шешу үшiн <b>көрсеткiштiк функцияның өсу және кему аралықтарын</b> ескеремiз.  <b>Көрсеткiштiк теңсiздiктердi</b> шешу жолдары: <math>a &gt; 0, a \neq 1</math>  <math>a^x &gt; b,</math>  <math>b = a^y \Leftrightarrow a^x &lt; a^y \Leftrightarrow a &gt; 1</math> болса, онда <math>x &gt; y, 0 &lt; a &lt; 1</math> болса, онда <math>x &lt; y</math>  <math>a^x &lt; b,</math>  <math>b = a^y \Leftrightarrow a^x &lt; a^y \Leftrightarrow a &gt; 1</math> болса, онда <math>x &lt; y, 0 &lt; a &lt; 1</math> болса, онда <math>x &gt; y</math>  <math>a^{x+m} - a^{x+n} + a^x \leq b</math>, <b>ортақ көбейткiштi жаса ша сыртына шығарамыз.</b>  <math>a^x + a^{-x} + b &gt; 0, a^x = t</math> <b>белгiлеуiн</b> енгiземiз.</p>
<p><b>3-қадам (жеке жұмыс):</b> <b>Практика жүзiнде «ҚОЛДАНУ» критерийiне сәйкес</b> (II кезеңдегiге 5-қадам қарапайым тапсырмалар үлгiсiндегi тапсырмалардың өзгертiлген жағдайдағы нұсқасы орындалады)</p>	<p>№73 <math>\left(\left(\frac{3}{7}\right)^{1/x^2}\right)^{x^2-2x} \geq 1</math>      №74. <math>2^{-x+3} + 10 \cdot 11^{x+2} &lt; 11^{x+3} + 2^{x+2}</math>  №75 <math>3^{2x+3} + \sqrt{9^{2x+1}} + \left(\frac{1}{3}\right)^{2-2x} &lt; 91</math>      №76. <math>\left(\frac{1}{5}\right)^{1-2x} - 5^{2x+2} - 25^{\frac{2x+1}{2}} + \frac{1}{5^{-3-2x}} = 2380</math></p>
<p><b>2-аралық нәтиже:</b></p> <p>Бірінші деңгейде қалыптасқан күзiреттiлiк (бiлiм, бiлiктiлiк) деңгейiнiң сапалық өлшемі (бiрiншi аралық өлшемі): – «дұрыс», «толық» деген бiлiм сапасының түрлерiмен сипатталады (Ю.К.Бабанский). Оқушының бұл алғашқы қадам нәтижесiнiң сандық өлшемі – бес балл = «сынақтан өттi» = «қанағаттандырырлық» бiлiм деңгейiнiң өлшемі = «3» журналға қойылады, егер келесi деңгей тапсырмаларын меңгере алмаса.</p>	
<p><b>III деңгей (9 балл + 3 балл = 12 балл)</b></p>	

<p>1-қадам (жеке жұмыс) - теория бойынша «Жинақтау» критерийінің қорытынды шығаруға бағытталған индикаторлары: Қорытынды шығар, анықтама бер, мазмұнды жүйеле, кестені, тірек сызбаны, сөзжұмбақты толтыр немесе өзің құрастыр тағы с.с. басқа түрдегі тапсырмалар оқушының жоғарыдағы «тақырыптың басты идеясына» жазған жауабына қойылады. II-кезең, 4-қадамда «жинақтауға» берілген тапсырма басқа формада беріліп, баланың білім деңгейі бағаланады.</p>	<p>Көрсеткіштік теңсіздіктерді шешу тәсілдері:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Бір негізге келтіру</u> тәсілі</li> <li>• <u>Жаңа айнымалы енгізу</u></li> <li>• <u>Ортақ көбейткішті жақша сыртына шығару</u></li> <li>• <u>Теңдеудің екі жақ бөлігін көрсеткіштік функцияға бөлу</u></li> </ul>
<p>2-қадам (жеке жұмыс): «Баға беру» (Сен қалай ойлайсың? Не істер едің? деген тапсырмалар оқушыға жоғарыда алған білімін (теория бойынша) және біліктілігін (практикасы бойынша) өмірдегі жағдаяттарды шешуге қолдана алу дәрежесі бағаланады.</p>	<p>№ 77. <math>\sqrt{9^x - 3^{x+2}} &gt; 3^x - 9</math>      № 78. <math>6^{x-2} - \left(\frac{1}{6}\right)^{3-x} + 36^{\frac{x-1}{2}} \leq 246</math></p>
<p><b>3-нәтиже:</b></p> <p>Үшінші деңгейдің нәтижесі (түбегейлі көзделген нәтиже): алғашқы екі деңгейде жинаған 9 баллға + 3 балл =12 балл = «5» журналға қойылады. Оқушының білім сапасы білім стандарты көлемінде «дұрыс», «толық», «әрекеттілік» пен «тереңділік»-ке «жүйелілік» пен «саналылық» қосылып, барлығының жиынтығы «берік» білім болып саналады (Ю.К. Бабанский).</p>	