

№ 16 Тақырыбы: Көрсеткіштік теңдеулер және олардың жүйелері
Атыханов Талғат Атыханұлы
(асты сызылған курсив сөздердің орнында оқушы дәптерінде бос орын қалдырылады)

<p>Оң жақ бағандағы тапсырмаларды құрастырушы мұғалімдердің есіне:</p>	<p>I кезең. Мұғалім алғашқы 7-10 минутта: а) ұйымдастыру сәгін өткізеді; б) өткен тақырып бойынша берілген деңгейлік тапсырмаларды үйде аяқтап орындап келу дәрежесі тексеріледі; в) төмендегі «Көпір» тапсырмаларын тексереді (алдымен жеке тексеріп шығады, сосын фронталды тексереді).</p>
<p>«Көпір» (жеке жұмыс) тапсырмалары өткен тақырыптар бойынша жаңа сабақты меңгеруге негіз болатын қайталау тапсырмалары</p>	<p>Сұрақтаға жауап бер. 1. Теңдеуге анықтама бер. Құрамында <i>әріп</i>пен белгілеген <i>белгісізі</i> (айнымалысы) бар <i>теңдік теңдеу</i> деп аталады. 2. Теңдеу түбірі дегеніміз не? Белгісіз санның немесе <i>айнымалының теңдеуді</i> тура санды <i>теңдікке</i> айналдырытын мәні <i>түбірі</i> деп аталады. 3. Теңдеуді шешу дегеніміз не? Берілген <i>теңдеуді</i> шешу дегеніміз $f(a)=g(a)$ <i>сандық теңдігі</i> дұрыс болатын барлық <i>a</i> <i>сандарын</i> табу немесе мұндай <i>сандардың</i> болмайтынын дәлелдеу. <i>a</i> <i>саны теңдеудің түбірі</i> немесе <i>шеімі</i> деп аталады. <i>Теңдеуді шешу</i> дегеніміз оның <i>түбірлерін</i> табу немесе <i>түбірлерінің</i> жоқ екенін дәлелдеу. 4. Мәндес теңдеулерге анықтама бер. <i>Теңдеулерді</i> шешкенде, кейде <i>түбірлері</i> бірдей болатын <i>теңдеулерді мәндес</i> теңдеулер деп атайды. <i>Түбірлері болмайтын теңдеулерде мәндес теңдеулер</i> болып саналады. 5. Көрсеткіштік функцияға анықтама бер. Анықтама: $y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$ формуласы арқылы берілген функция-ны <i>көрсеткіштік функция</i> деп атайды. Мұнда <i>a</i> саны <i>көрсеткіштік функция</i> негізі, ал <i>тәуелсіз айнымалы x</i> – <i>дәреженің көрсеткіші</i>.</p>
<p>II кезең (топтық жұмыс) жаңа сабақты топтық жұмыс барысында оқушылардың өз бетімен меңгеруіне жағдай жасау: а) оқушылар төмендегі «Білу», «Түсіну», «Талдау», «Жинақтау» тәсілдеріне сәйкес тапсырмаларын өздері толтырады (20 минут); ә) жауаптарын мұғаліммен бірге талдайды (25 минут). Нәтижесі ауызша марапатталады.</p>	
<p>1-қадам (топтық жұмыс) - теория бойынша «Білу» критерийінің индикаторлары: (тақырып мазмұны бойынша кім?не? қандай? қалай?нені? қашан?не істеді сияқты сұрақтарға жауап беретін толық ақпарат іріктеліну керек)</p>	<p>Ал мына $3^{2x+5} - 2^{2x+7} + 3^{2x+4} - 2^{2x+4} = 0$; $2^{x+1} - 2^{x+3} = -12$ <i>теңдеулердің айнымалысы</i> қай жерде орналасқан (<i>дәреже көрсеткішінде</i>) Қорыта айтқанда, осы <i>теңдеулер-көрсеткіштік теңдеулер</i> Ізделінетін белгісізі тек белгілі бір <i>санның</i> (сандардың) <i>дәрежесіне</i> (дәрежелеріне) ғана енетін теңдеулерді <i>көрсеткіштік теңдеулер</i> деп атайды. Мысалы $4^x - 2^{x+1} + 1 = 0$ <i>теңдеуі көрсеткіштік теңдеуі</i> болады, өйткені мұнда ізделінетін белгісіз <i>x</i> саны 4 және 2 сандарының <i>дәрежелеріне</i> енеді.</p>
<p>2-қадам (топтық жұмыс) - теория бойынша «Түсіну» критерийінің индикаторлары: (неге? неліктен? себебі? не үшін?сұрақтары оқушының жоғарыда берген жауаптарына оларды тереңдету үшін қойылады)</p>	<p>Анықтама: $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$ (1) түрінде берілген немесе осы түрге келетін <i>теңдеуді көрсеткіштік теңдеу</i> деп атайды. Кез келген <i>көрсеткіштік теңдеуді</i> тепе-тең түрлендіру арқылы $a^x = b$ (2) <i>теңдеуіне</i> келтіреміз $a > 0$, $a \neq 1$, ал <i>b</i>- кез келген сан. (2) түрінде берілген теңдеуді қарапайым көрсеткіштік теңдеу деп атайды. Анықтама: Құрамында <i>көрсеткіштік теңдеуі</i> бар <i>теңдеулер жүйесін көрсеткіштік теңдеулер жүйесі</i> деп атаймыз.</p>
<p>3-қадам-(топтық жұмыс) теория бойынша «Талдау» критерийінің индикаторлары: 1.Салыстыр, 2. Айырмашылығы неде? 3. Ұқсастығы неде? 4.Тақырыптың басты идеясын жаз деген тапсырмалар болу керек. Немесе 1-3 тапсырмаларды Вени диаграммасы арқылы қамтуға болады.</p>	<p><i>Көрсеткіштік функцияның</i> мәні әр уақытта оң сан болғандықтан, (2) теңдеудегі <i>b</i> саны да <i>оң</i> болуы қажет. Демек, $b < 0$ немесе $b = 0$ болса, онда (2) <i>теңдеудің шешімі жоқ</i>, яғни <i>түбірі болмайды</i>. Енді <i>көрсеткіштік теңдеуді</i> шешу әдістерін қарастырайық. 1.Көрсеткіштік теңдеудің екі жақ бөлігінде бірдей негізге келтіру: Ол үшін (2) теңдеудегі <i>b</i> санын <i>a</i> санының қандайда бір <i>дәрежесі</i> ретінде <i>түрлендіреміз</i>, яғни $b = a^m$ Сонда, $a^x = a^m$ (3) теңдеуін аламыз. Негіздері бірдей болғандықтан, олардың дәреже көрсеткіштерін теңестіріп, яғни $x = m$, (1) теңдеу жағдайында шешу әдісі белгілі $f(x) = g(x)$ теңдеуіне келтіреміз. 2. Көрсеткіштік функцияның ортақ көбейткіш ретінде жақшаның алдына шығару. Аталған тәсілде көрсеткіштік функция ортақ көбейткіш ретінде жақшаның алдына шығарылып, берілген теңдеу қарапайым көрсеткіштік теңдеуге келтіріледі. 3. Көрсеткіштік функцияны жаңа айнымалы енгізу арқылы шешу тәсілі.</p>

	<p>Көрсеткіштік теңдеу жаңа айнымалы енгізу арқылы шешу әдісі белгілі теңдеуге келтіріледі.</p> <p>4. Теңдеудің екі жақ бөлігін көрсеткіштік функцияға бөлу. Кейбір көрсеткіштік теңдеулерде екі немесе оданда көп көрсеткіштік функциялар берілуі мүмкін. Ондай жағдайда көрсеткіштік функцияның мәні нөлге тең болмайтынын ескеріп, теңдеудің екі жақ бөлігінде көрсеткіштік функцияға мүшелеп бөле отырып, оны шешу жолы белгілі теңдеуге келтіреміз.</p> <p>5. Графиктік тәсілді қолдану. Аталған тәсіл (2) түріндегі көрсеткіштік теңдеуді, яғни $a^x = b$ теңдеуін (3) түріндегі теңдеумен алмастыруға болмайтын жағдайда қолданылады. Мұндай теңдеудің түбірін анықтау үшін $f(x) = a^x$ және $g(x) = b$ функцияларының графиктерін бір координаталық жазықтыққа салып, қилысу нүктелерін анықтаймыз. Қилысу нүктелерінің абсциссалары берілген көрсеткіштік теңдеудің түбірлері болады</p>
<p>4-қадам-(топтық жұмыс) теория бойынша «Жинақтау» критерийінің индикаторлары: Қорытынды шығар, анықтама бер, мазмұнды жүйеле, кестені, тірек сызбаны немесе сөзжұмбақты толтыр, немесе өзін құрастыр тағы с.с. басқа түрдегі тапсырмалар оқушының жоғарыдағы «тақырыптың басты идеясына» жазған жауабына қойылады</p>	<p>Көрсеткіштік теңдеулерді шешкенде ескеретін қарапайым жағдай:</p> <p>а) $3^{x-5} = 81$ болсын, $81 > 0$ ендеше, <u>теңдеудің шешімі</u> болады, оны әрі қарай шешеміз.</p> <p>б) $3^{x-5} = -81$ болсын, $-81 < 0$ ендеше, <u>теңдеудің шешімі болмайды</u>.</p> <p>в) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$ болсын. $2^x = y, y^2 - 5y + 4 = 0$ <u>теңдеудің екі түбірі</u> де оң сан болғандықтан, онда <u>теңдеуді</u> әрі қарай шешеміз.</p> <p>г) $5^{x+2} = 8^{x+2}$ болсын, $8^{x+2} > 0$ болғандықтан <u>теңдеудің екі бөлігін оған бөліп, теңдеуді</u> шешеміз.</p> <p>д) берілген кез келген <u>теңдеуді</u> екі <u>функцияның теңдігі</u> түрінде қарастыруға болады. <u>Теңдеуді шешу</u> дегеніміз- <u>тең функцияларды қанағаттандыратын аргументтің барлық мәндерін</u> іздестіру деген сөз. <u>Функциялардың анықталу аймақтарының ортақ бөлігінде теңдеудің шешімдері</u> болады.</p>
<p>Оқулықпен жұмыс (5 минут): төмендегі «Қолдану» және оқушының тақырып мазмұнына «Баға беруі» тәсілдеріне сәйкес, яғни рефлексия жасауға, эссе жазуға арналған, практика жүзінде бекіту тапсырмалары орындалады. Нәтижесі ауызша марапатталады.</p>	
<p>5-қадам - (топтық жұмыс) практикада бекіту. Практика жүзінде «Қолдану» критерийіне сәйкес оқулықпен жұмыс жүргізу барысында тек қарапайым тапсырмалармен бекіту жүргізіледі. Дайын формулалар арқылы есептер шығару орындалады</p>	<p>1- Мысал: Теңдеуді шешіңдер. $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$</p> <p>Шешуі: $\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \Leftrightarrow x = 3$ Жауабы. 3</p> <p>2-Мысал: Теңдеуді шешіңдер: $5^{x-3} - 5^{x-4} = 16 \cdot 5^{x-5} + 4$</p> <p>Шешуі: <u>Ортақ көбейткішті жақша сыртына</u> шығарамыз</p> $5^{x-3} - 5^{x-4} - 16 \cdot 5^{x-5} = 4 \Leftrightarrow 5^{x-5}(5^2 - 5 - 16) = 4$ $5^{x-5} \cdot 4 = 4 \Leftrightarrow 5^{x-5} = 1 \Leftrightarrow 5^{x-5} = 5^0 \Leftrightarrow x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$ Жауабы. 5 <p>3-Мысал. Теңдеуді шешіңдер. $25^x + 5^{x+1} = 6$</p> <p>Шешуі: $5^{2x} + 5 \cdot 5^x + 6 = 0$. Айнымалыны $5^x = t, t > 0$ ауыстыру жасаймыз. Сонда $(5^2)^x = t^2, 5^x = t$ екендігін байқаймыз. Берілген теңдеу мына түрге келеді: $t^2 + 5t - 6 = 0$. Бұл квадрат теңдеудің шешімі $t_1 = 1$ және $t_2 = -6$. $5^x = 1 \Leftrightarrow 5^x = 5^0 \Leftrightarrow x = 0$, ал $t_2 = -6 < 0$ болғандықтан шешімі болмайды. Жауабы. 0</p> <p>4-Мысал: $\begin{cases} x + y = 5 \\ 4^x + 4^y = 80 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін шешейік.</p> <p>Шешуі: Берілген <u>теңдеулер жүйесін</u> шешу үшін алмастыру тәсілін қолданып, <u>мәндес теңдеулер жүйесін</u> аламыз:</p> $\begin{cases} y = 5 - x \\ 4^x + 4^{5-x} = 80 \end{cases}$ <p>Осыдан $4^x + 4^{5-x} = 80$ немесе $4^x + \frac{1024}{4^x} - 80 = 0$ <u>теңдеуі</u> шығады, бұдан $(4^x)^2 - 80 \cdot 4^x + 1024 = 0$ <u>теңдеуін</u> аламыз. $4^x = t$ белгілеуін жасап $t^2 - 80 \cdot t + 1024 = 0$ <u>квадрат теңдеуін</u> аламыз, бұл <u>теңдеудің түбірлері</u> $t_1 = 16$ және $t_2 = 64$. Сонда $4^x = 16$ және $4^x = 64$. Демек, $x_1 = 2, x_2 = 3$, онда сәйкесінше $y_1 = 3, y_2 = 2$. Жауабы: (2;3), (3;2).</p>
<p>6-қадам (топтық жұмыс): «Баға беру» (Сен қалай ойлайсың? Не істер едің? деген тапсырмалар оқушыға жоғарыда алған білімін (теория бойынша) және біліктілігін (практикасы)</p>	<p>Көрсеткіштік теңдеулерді шешу тәсілдері:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <u>Бір негізге келтіру</u> тәсілі • <u>Жаңа айнымалы енгізу</u> • <u>Ортақ көбейткішті жақша сыртына шығару</u>

<p>бойынша) өмірдегі жағдаяттарды шешуге бағытталып қойылады</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Теңдеудің екі жақ бөлігін көрсеткіштік функцияға бөлу</u> • <u>Графиктік тәсілді қолдану</u> <p><u>Көрсеткіштік теңдеулер жүйесін</u> шешу үшін <u>көрсеткіштік функцияның қасиеттері</u>, <u>көрсеткіштік теңдеулер және теңдеулер жүйесін</u> шешудің тәсілдері қолданылады</p>
<p>III кезең (кері байланыс – бағалау кезеңі): Жеке жұмыс. Жоғарыда меңгерген мазмұнды үш деңгейге іріктеп (әр деңгейдің білімділік, біліктілік, яғни құзыреттілік деңгейін анықтайтын тапсырмалар) оларды біртіндеп орындату арқылы балл жинату барысында оқушының құзыреттілік деңгейін анықтап, әділ бағалау жүзеге асырылады. Бұл тапсырмаларды оқушылар сабақтың соңына дейін қалған 25 минуттың 22 минутында орындайды + 3 минут қортынды жасалады.</p> <p>Қалған тапсырмаларлы үйде аяқтап келеді. Қортынды балл саны дәстүрлі бағаға айналдырылып, келесі сабақтың басында сынып журналына қойылады, мониторингке тіркеледі.</p>	
<p>I деңгей (5 балл)</p>	
<p>1-қадам – (жеке жұмыс) теория бойынша «Білу» критерийінің индикаторларына сәйкес (тақырып мазмұны бойынша кім? не? қандай? қалай? нені? қашан? не істеді сияқты сұрақтарға жауап беретін толық ақпараттар іріктелініп II кезеңдегіге қарағанда керісінше қойылады)</p>	<p>Ал мына $3^{2x+5} - 2^{2x+7} + 3^{2x+4} - 2^{2x+4} = 0$; $2^{x+1} - 2^{x+3} = -12$</p> <p><u>теңдеулердің айнымалысы</u> қай жерде орналасқан (<u>дәреже көрсеткішінде</u>)</p> <p>Қорыта айтқанда, осы <u>теңдеулер-көрсеткіштік теңдеулер</u></p> <p><u>Ізделінетін</u> белгісізі тек белгілі бір <u>сандың</u> (сандардың) <u>дәрежесіне</u> (дәрежелеріне) ғана енетін <u>теңдеулерді</u> <u>көрсеткіштік теңдеулер</u> деп атайды.</p> <p>Мысалы $4^x - 2^{x+1} + 1 = 0$ теңдеуі <u>көрсеткіштік теңдеуі</u> болады, өйткені мұнда <u>ізделінетін</u> белгісіз x саны 4 және 2 сандарының <u>дәрежелеріне</u> енеді.</p>
<p>Практикасы: «ҚОЛДАНУ» (II кезеңдегіге қарапайым тапсырмалар үлгісіндегі тапсырмалар орындалады)</p>	<p>№ 66. $2^{x+2} + 5^{2x+5} = 13 \cdot 5^{2x} + 2^{x+4}$</p> <p>№ 67. $2^{4x} - 3 \cdot 2^{4x-3} - 2^{4x-1} = 512$</p>
<p>1-аралық нәтиже:</p>	
<p>Бірінші деңгейде қалыптасқан құзіреттілік (білім, біліктілік) деңгейінің сапалық өлшемі (бірінші аралық өлшемі): – «дұрыс», «толық» деген білім сапасының түрлерімен сипатталады (Ю.К.Бабанский). Оқушының бұл алғашқы қадам нәтижесінің сандық өлшемі – бес балл – «сынақтан өтті» = «қанағаттандырарлық» білім деңгейінің өлшемі = «3» журналға қойылады, егер келесі деңгей тапсырмаларын меңгере алмаса.</p>	
<p>II деңгей (5 балл + 4 балл = 9 балл)</p>	
<p>1-қадам (жеке жұмыс) - теория бойынша «Түсіну» критерийінің индикаторларына (неге? неліктен? себебі? не үшін?) сәйкес сұрақтар оқушының жоғарыда берген жауаптарына оларды тереңдету үшін қойылады.</p>	<p>1. Көрсеткіштік теңдеуге анықтама бер. Анықтама: $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$ (1) түрінде берілген немесе осы түрге келетін <u>теңдеуді</u> <u>көрсеткіштік теңдеу</u> деп атайды.</p> <p>2. Қарапайым көрсеткіштік теңдеуге анықтама бер. Кез келген <u>көрсеткіштік теңдеуді</u> тепе-тең түрлендіру арқылы $a^x = b$ (2) <u>теңдеуіне</u> келтіреміз $a > 0$, $a \neq 1$, ал b - кез келген сан. (2) түрінде берілген теңдеуді <u>қарапайым көрсеткіштік теңдеу</u> деп атайды.</p> <p>3. Көрсеткіштік теңдеуі бар теңдеулер жүйесіне анықтама бер. Анықтама: Құрамында <u>көрсеткіштік теңдеуі</u> бар <u>теңдеулер жүйесін</u> <u>көрсеткіштік теңдеулер жүйесі</u> деп атаймыз.</p>
<p>2-қадам (жеке жұмыс) - теория бойынша «Талдау» критерийінің индикаторларына сәйкес (1.Салыстыр, 2. Айырмашылығы неде? 3. Ұқсастығы неде? 4.Тақырыптың басты идеясын жаз) деген тапсырмалар болу керек. Немесе 1-3 тапсырмаларды Венн диаграммасы арқылы қамтуға болады.</p>	<p><u>Көрсеткіштік функцияның мәні</u> әр уақытта оң сан болғандықтан, $a^x = b$ теңдеудегі b саны да <u>оң</u> болуы қажет. Демек, $b < 0$ немесе $b = 0$ болса, онда $a^x = b$ <u>теңдеудің шешімі жоқ</u>, яғни <u>түбірі болмайды</u>.</p> <p>Көрсеткіштік теңдеулерді шешу тәсілдері:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <u>Бір негізге келтіру</u> тәсілі • <u>Жаңа айнымалы еңгізу</u> • <u>Ортақ көбейткішті жақша сыртына шығару</u> • <u>Теңдеудің екі жақ бөлігін көрсеткіштік функцияға бөлу</u> • <u>Графиктік тәсілді қолдану</u> <p><u>Көрсеткіштік теңдеулер жүйесін</u> шешу үшін <u>көрсеткіштік функцияның қасиеттері</u>, <u>көрсеткіштік теңдеулер және теңдеулер жүйесін</u> шешудің тәсілдері қолданылады</p>

<p>3-қадам (жеке жұмыс): Практика жүзінде «ҚОЛДАНУ» критерийіне сәйкес (II кезеңдегіге 5-қадам қарапайым тапсырмалар үлгісіндегі тапсырмалардың өзгертілген жағдайдағы нұсқасы орындалады)</p>	<p>№ 68. $6^{2x} - 35 \cdot 6^x - 36 = 0$</p> <p>№ 69. $\begin{cases} 7 \cdot 2^x + 6y = 13 \\ 3 \cdot 2^{x+1} + 6y = 9 \end{cases}$</p>
--	--

2-аралық нәтиже:

Бірінші деңгейде қалыптасқан құзіреттілік (білім, біліктілік) деңгейінің сапалық өлшемі (бірінші аралық өлшемі): – «дұрыс», «толық» деген білім сапасының түрлерімен сипатталады (Ю.К.Бабанский). Оқушының бұл алғашқы қадам нәтижесінің сандық өлшемі – бес балл = «сынақтан өтті» = «қанағаттандырарлық» білім деңгейінің өлшемі = «3» журналға қойылады, егер келесі деңгей тапсырмаларын меңгере алмаса.

III деңгей (9 балл + 3 балл = 12 балл)	
<p>1-қадам (жеке жұмыс) - теория бойынша «Жинақтау» критерийінің қорытынды шығаруға бағытталған индикаторлары: Қорытынды шығар, анықтама бер, мазмұнды жүйеле, кестені, тірек сызбаны, сөзжұмбақты толтыр немесе өзің құрастыр тағы с.с басқа түрдегі тапсырмалар оқушының жоғарыдағы «тақырыптың басты идеясына» жазған жауабына қойылады. II-кезең, 4-қадамда «жинақтауға» берілген тапсырма басқа формада беріліп, баланың білім деңгейі бағаланады.</p>	<p>Көрсеткіштік теңдеулерді шешкенде ескеретін қарапайым жағдай:</p> <p>а) $3^{x-5} = 81$ болсын, $81 > 0$ ендеше, <u>теңдеудің шешімі</u> болады, оны әрі қарай шешеміз.</p> <p>б) $3^{x-5} = -81$ болсын, $-81 < 0$ ендеше, <u>теңдеудің шешімі болмайды</u>.</p> <p>в) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$ болсын. $2^x = y, y^2 - 5y + 4 = 0$ <u>теңдеудің екі түбірі</u> де оң сан болғандықтан, онда <u>теңдеуді</u> әрі қарай шешеміз.</p> <p>г) $5^{x+2} = 8^{x+2}$ болсын, $8^{x+2} > 0$ болғандықтан <u>теңдеудің екі бөлігін оған бөліп, теңдеуді</u> шешеміз.</p> <p>д) берілген кез келген <u>теңдеуді</u> екі <u>функцияның теңдігі</u> түрінде қарастыруға болады. <u>Теңдеуді шешу</u> дегеніміз- <u>тең функцияларды қанағаттандыратын аргументтің</u> барлық <u>мәндерін</u> іздестіру деген сөз. <u>Функциялардың анықталу аймақтарының ортақ бөлігінде теңдеудің шешімдері</u> болады.</p>
<p>2-қадам (жеке жұмыс): «Баға беру» (Сен қалай ойлайсың? Не істер едің? деген тапсырмалар оқушыға жоғарыда алған білімін (теория бойынша) және біліктілігін (практикасы бойынша) өмірдегі жағдаяттарды шешуге қолдана алу дәрежесі бағаланады.</p>	<p>№ 70. $\left(\sqrt{11+2\sqrt{30}}\right)^x + \left(\sqrt{11-2\sqrt{30}}\right)^x = 22$</p>

3-нәтиже:

Үшінші деңгейдің нәтижесі (түбегейлі көзделген нәтиже): алғашқы екі деңгейде жинаған 9 баллға + 3 балл = 12 балл = «5» журналға қойылады. Оқушының білім сапасы білім стандарты көлемінде «дұрыс», «толық», «әрекеттілік» пен «тереңділік»-ке «жүйелілік» пен «саналылық» қосылып, барлығының жиынтығы «берік» білім болып саналады (Ю.К. Бабанский).